

Tung Wah Group of Hospitals S.C.Gaw Memorial College
東華三院吳祥川紀念中學
下學期考試 (2019–2020)
中三級
數學 (卷一)

姓名： _____

日期： 07.07.2020

班別： _____ ()

時間： 8:30am - 10:00am

總頁數： 12

分數

全卷總分為 100



1. 本試卷分三部，即甲部、乙部和丙部。
2. 甲部和乙部均須作答。答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
3. 丙部為選擇性挑戰題。
4. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
5. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
6. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。

甲部：(70 分)

1. 因式分解

(a) $a^3 + 5a^2b$,

(b) $a^3 + 5a^2b - 9a - 45b$ 。 (4 分)

2. 化簡 $\frac{p^2q^5}{(p^{-1}q^2)^3}$, 並以正指數表示答案。 (3 分)

3. 令 b 成為公式 $2y = \frac{5b+x}{b}$ 的主項。 (3 分)

4. (a) 解不等式 $\frac{7x+3}{2} > x+8$ 。
- (b) 寫出能滿足不等式 $\frac{7x+3}{2} > x+8$ 的最小整數。 (4分)

5. 健超向銀行借了一筆款項 P ，年利率為 9%，每月計算複利息一次。1 年後，他需繳付利息 \$47 841.5。求 P 的值，準確至最接近的整數。 (4分)

6. 一健身中心去年原有會員 400 人，其中有 65% 為男性。今年，男會員人數減少 5%，但女會員人數增加 15%。
- (a) 求今年會員的總人數。
- (b) 求該中心總人數的百分數增減。 (4分)

7. 袋子 A 裏有 4 張分別寫有數字 2、3、5 和 7 的紙卡，而袋子 B 裏有 5 張分別寫有數字 4、6、8、9 和 10 的紙卡。現從每個袋子中隨意抽出一張紙卡。
- (a) 完成下表。(空格內的數字是抽出的紙卡上的數字之和)

		袋子 B				
		4	6	8	9	10
袋子 A	2	6		10		
	3					
	5					
	7		13			17

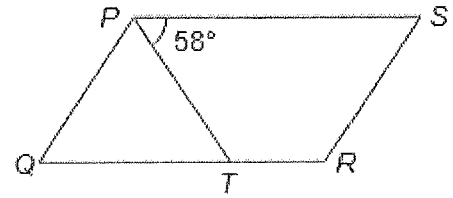
- (b) 求抽出的紙卡上的數字之和不於 12 的概率。(4 分)

8. 下表顯示某 40 名中三學生每天完成家課所需的時間(以分鐘為單位)

完成家課所需的時間(分鐘)	0 – 59	60 – 119	120 – 179	180 – 239	240 – 299
組中點(分鐘)			149.5		
頻數	7	9	9		1

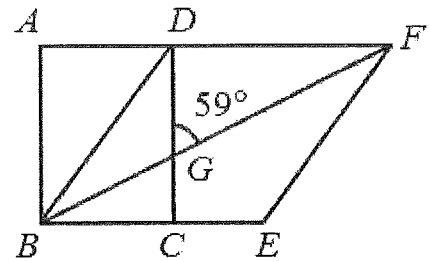
- (a) 完成上表。
- (b) 寫下該組中三學生每天完成家課所需時間的眾數組。答案：_____
- (c) 求該組中三學生每天完成家課所需的平均時間。(5 分)

9. 圖中， $PQRS$ 為一平行四邊形。 T 為 QR 上的一點使得 $PT = QT$ 。 已知 $\angle TPS = 58^\circ$ 。
求 $\angle PQT$ 及 $\angle TRS$ 。 (4 分)

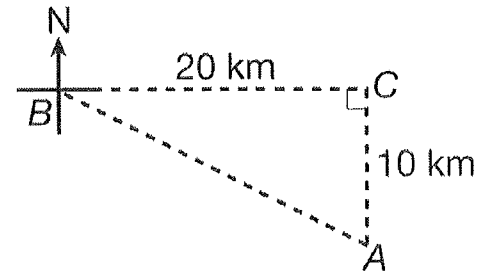


10. 圖中， $ABCD$ 是長方形，而 $DBEF$ 是菱形。 ADF 、 BCE 、 BGF 和 CGD 都是直線。 若 $\angle DGF = 59^\circ$ ，

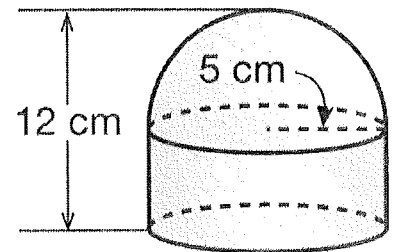
- (a) 求 $\angle GBE$ ； (2 分)
(b) 求 $\angle CDB$ 。 (2 分)



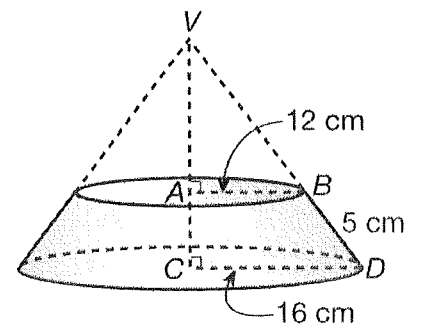
11. 圖中，偉明從起點 A 跑到終點 B 。
- (a) 求由 A 測得 B 的羅盤方位角。
- (b) 求偉明在跑步過程中，他與 C 點之間的最短距離。
- (5分)



12. 圖中所示的實心立體由一半球體及一同底的圓柱所組成。
- (a) 求該立體圖形的體積，答案以 π 表示。
- (b) 求該立體圖形的總表面面積，答案以 π 表示。(6分)

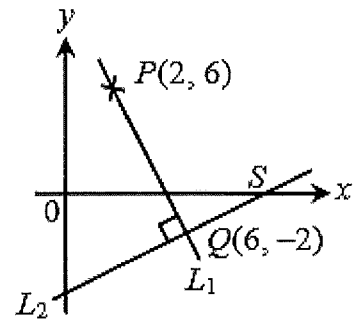


13. 圖中所示為一直立實心圓錐的平截頭體。 $AB = 12\text{ cm}$ 、 $CD = 16\text{ cm}$ 及 $BD = 5\text{ cm}$ 。
- (a) 求 VB 。
- (b) 求平截頭體的總表面面積，答案以 π 表示。(5分)

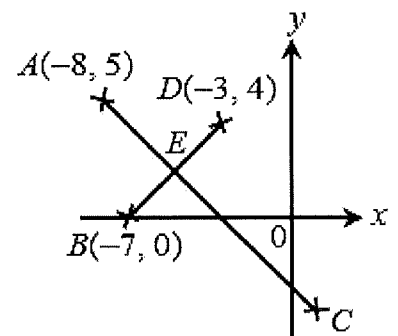


14. 考慮 $A(3,2)$ 、 $B(1,-6)$ 和 $C(-3,-4)$ 三點。 B 繞原點 O 逆時針方向旋轉 90° 至 B' 。
 C' 為 C 對 x 軸的反射影像。
 (a) 寫出 B' 及 C' 的坐標。
 (b) A 、 B' 與 C' 是否共線？試解釋你的答案。(5分)

15. 圖中， L_1 是一條通過 $P(2,6)$ 和 $Q(6,-2)$ 的直線，而 L_2 是一條通過 Q 且垂直於 L_1 的直線。
 L_2 與 x 軸相交於 S 。
 (a) 求 L_1 的斜率。
 (b) 求 S 的坐標。(5分)



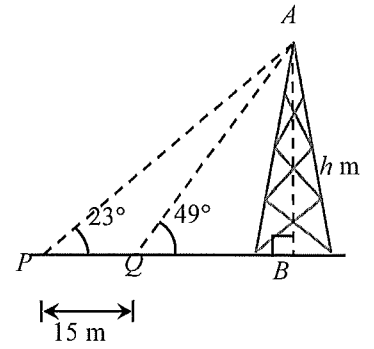
16. 圖中，給定 $A(-8,5)$ 、 $B(-7,0)$ 、 C 和 $D(-3,4)$ 四點。 E 是 BD 的中點，而 AC 與 BD 相交於 E 。
 (a) 求 E 的坐標。
 (b) 若 $AE:EC = 1:2$ ，求 C 的坐標。(5分)



乙部：(30 分)

17. 圖中顯示一座電塔 AB 。 B 、 Q 和 P 位於同一水平直路上。由 P 和 Q 測得 A 的仰角分別是 23° 和 49° 。 P 與 Q 相距 15 m 。設塔的高度為 $h\text{ m}$ 。

- (a) 求 h 的值。 (4 分)
 (b) 求 A 與 P 的距離。 (2 分)



18. 某幸運抽獎有 1000 個號碼，其中 20 個對應於下表所示的獎品，其中 a 是一個正整數。

獎品	每份獎品的價值	獎品的份數
大獎	\$2000	1
中獎	\$ a	2
細獎	\$100	17

一名參加者在該抽獎中隨機抽出一個號碼。

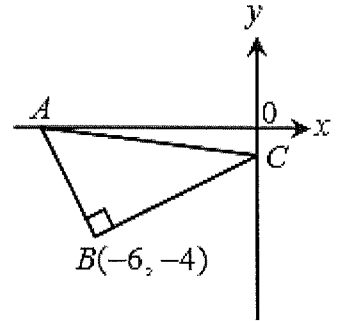
- (a) 證明他得到的獎品的價值的期望值是 $\$ \left(3.7 + \frac{a}{500} \right)$ 。 (2 分)
 (b) 參加者需要付 $\$5$ 才能在該抽獎中抽取一個號碼。若該抽獎對參加者有利，求 a 的最小值。 (2 分)

19. 圖中， $\triangle ABC$ 是一個直角三角形，其中 $\angle B$ 是直角。 B 的坐標是 $(-6, -4)$ 。 A 是 x 軸上的一點，而 C 是 y 軸上的一點。已知 AB 的斜率是 -2 。

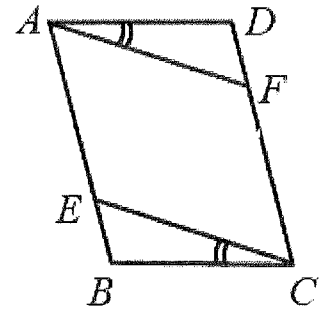
(a) 求 A 和 C 的坐標。(3 分)

(b) 求 $\triangle ABC$ 的面積。(3 分)

(c) 若 $ABCD$ 為一長方形，求 D 點的坐標。(2 分)



20. 圖中， $ABCD$ 是平行四邊形。 E 和 F 分別是 AB 和 DC 的點，使 $\angle DAF = \angle BCE$ 。
- (a) 證明 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 。(3分)
 - (b) 證明 $AECF$ 是平行四邊形。(3分)



21. 一個倒置直立圓錐形的容器盛有水。將該容器鉛垂放置。該容器內水的深度為 5 cm。志達隨後將 $475\pi \text{ cm}^3$ 的水倒入該容器內，而水沒有溢出。現在該容器內水的深度 7.5 cm。
- (a) 求該容器內水的最終體積。(3 分)
- (b) 志達聲稱該容器被浸濕的曲面的最終面積最少為 900 cm^2 。你是否同意？試解釋你的答案。(3 分)

丙部：挑戰題 (6分)

22. 三角形 $\triangle ABC$ 的頂點的坐標分別為 $A(-10,0)$ 、 $B(20,-20)$ 及 $C(20,30)$ 。 $D(h,k)$ 為一點，且 $DA = DB = DC$ 。
- (a) 考慮 DA 和 DB 的長度，證明 $-3h + 2k = -35$ 。
- (b) 求 D 的坐標。

(6分)

甲部：(70分)

1. 因式分解

(a) $a^3 + 5a^2b$,

(b) $a^3 + 5a^2b - 9a - 45b$.

(4分)

a) $a^3 + 5a^2b = a^2(a + 5b)$ 1A

b) $a^3 + 5a^2b - 9a - 45b = a^2(a + 5b) - 9(a + 5b)$ 1M
 $= (a + 5b)(a^2 - 9)$ 1A
 $= (a + 5b)(a + 3)(a - 3)$ 1A

2. 化簡 $\frac{p^2q^5}{(p^{-1}q^2)^3}$ ，並以正指數表示答案。

(3分)

$$\frac{p^2q^5}{(p^{-1}q^2)^3} = \frac{p^2q^5}{p^{-3}q^6} \quad 1M$$

$$= p^{2-(-3)} q^{5-6} \quad 1M$$

$$= \frac{p^5}{q} \quad 1A$$

3. 令 b 成為公式 $2y = \frac{5b+x}{b}$ 的主項。

(3分)

$$2y = \frac{5b+x}{b}$$

$$2by = 5b + x \quad 1M$$

$$2by - 5b = x \quad 1M$$

$$b(2y - 5) = x$$

$$b = \frac{x}{2y-5} \quad 1A$$

moving b terms to one side

4. (a) 解不等式 $\frac{7x+3}{2} > x+8$ 。

(b) 寫出能滿足不等式 $\frac{7x+3}{2} > x+8$ 的最小整數。 (4分)

a) $\frac{7x+3}{2} > x+8$
 $7x+3 > 2(x+8)$ 1M
 $7x+3 > 2x+16$ 1A
 $5x > 13$
 $x > \frac{13}{5}$ 1A

b) 最小整數是 3 // 1A

5. 健超向銀行借了一筆款項 \$P\$，年利率為 9%，每月計算複利息一次。1 年後，他需繳付利息 \$47\,841.5\$。求 \$P\$ 的值，準確至最接近的整數。 (4分)

$P \left(1 + \frac{9\%}{12}\right)^{12} - P = 47841.5$ 1M for $\frac{9\%}{12}$ or 12
 1A

$P \left[\left(1 + \frac{9\%}{12}\right)^{12} - 1 \right] = 47841.5$ 1M

$P = 510000$ (最接近整數) 1A

6. 一健身中心去年原有會員 400 人，其中有 65% 為男性。今年，男會員人數減少 5%，但女會員人數增加 15%。

(a) 求今年會員的總人數。

(b) 求該中心總人數的百分數增減。

(4分)

a) 去年男會員人數 = $400 \times 65\%$ 1A
 $= 260$

今年會員人數 = $260(1-5\%) + (400-260)(1+15\%)$
 $= 408$ 1A

b) 百分數增減 = $\frac{408-400}{400} \times 100\%$ 1M (using part a)
 $= 2\%$ 1A

7. 袋子 A 裏有 4 張分別寫有數字 2、3、5 和 7 的紙卡，而袋子 B 裏有 5 張分別寫有數字 4、6、8、9 和 10 的紙卡。現從每個袋子中隨意抽出一張紙卡。
- (a) 完成下表。(空格內的數字是抽出的紙卡上的數字之和)

		袋子 B				
		4	6	8	9	10
袋子 A	2	6	8	10	11	12
	3	7	9	11	12	13
	5	9	11	13	14	15
	7	11	13	15	16	17

1A for 3 correct items

1A for all correct items

- (b) 求抽出的紙卡上的數字之和不大于 12 的概率。(4 分)

$$\begin{aligned} \text{所需概率} &= \frac{12}{20} && 1M \quad (\text{分母是 } 20) \\ &= \frac{3}{5} // && 1A \end{aligned}$$

8. 下表顯示某 40 名中三學生每天完成家課所需的時間(以分鐘為單位)

完成家課所需的時間(分鐘)	0-59	60-119	120-179	180-239	240-299
組中點(分鐘)	29.5	89.5	149.5	209.5	269.5
頻數	7	9	9	14	1

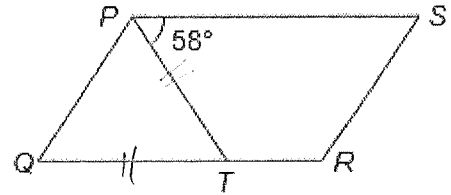
1A for any 2 correct items
1A for all correct items

- (a) 完成上表。
- (b) 寫下該組中三學生每天完成家課所需時間的眾數組。答案：180分鐘-239分鐘 1A
- (c) 求該組中三學生每天完成家課所需的平均時間。(5 分)

$$\begin{aligned} \text{c) 平均時間} &= \frac{29.5 \times 7 + 89.5 \times 9 + 149.5 \times 9 + 209.5 \times 14 + 269.5 \times 1}{40} && 1M \\ &= 139 \text{ 分鐘} && 1A \end{aligned}$$

(can be absorbed)

9. 圖中， $PQRS$ 為一平行四邊形。 T 為 QR 上的一點使得 $PT = QT$ 。已知 $\angle TPS = 58^\circ$ 。
求 $\angle PQT$ 及 $\angle TRS$ 。(4 分)

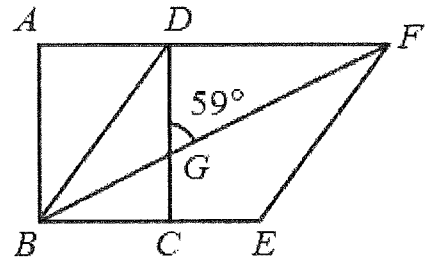


$$\begin{aligned} \angle PTO &= 58^\circ \text{ (內錯角, } PS \parallel QR) \quad 1M \\ \angle POT &= \angle OPT \text{ (等腰 } \triangle \text{ 底角)} \\ \angle PTO + \angle POT + \angle OPT &= 180^\circ \\ 58^\circ + 2\angle POT &= 180^\circ \quad 1M \\ \angle POT &= 61^\circ \quad 1A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle TRS + \angle POT &= 180^\circ \text{ (同旁內角, } PQ \parallel RS) \\ \angle TRS &= 180^\circ - 61^\circ \\ &= 119^\circ \quad 1A \end{aligned}$$

10. 圖中， $ABCD$ 是長方形，而 $DBEF$ 是菱形。 ADF 、 BCE 、 BGF 和 CGD 都是直線。若 $\angle DGF = 59^\circ$ ，

- (a) 求 $\angle GBE$ ；(2 分)
(b) 求 $\angle CDB$ 。(2 分)



$$\begin{aligned} a) \quad \angle DCB &= 90^\circ \quad 1M \text{ (長方形性質)} \\ \angle BGC &= \angle DGF = 59^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle GBE + \angle DCB + \angle BGC &= 180^\circ \\ \angle GBE &= 180^\circ - 90^\circ - 59^\circ \\ &= 31^\circ \quad 1A \end{aligned}$$

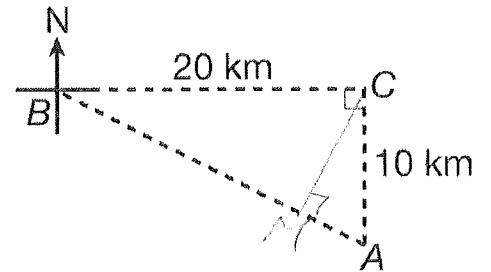
$$\begin{aligned} b) \quad \angle DBG &= \angle GBE \quad 1M \text{ (菱形性質)} \\ &= 31^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle DBG + \angle CPB &= \angle DGF \\ \angle CDB &= 59^\circ - 31^\circ \\ &= 28^\circ \quad 1A \end{aligned}$$

11. 圖中，偉明從起點 A 跑到終點 B。

(a) 求由 A 測得 B 的羅盤方位角。

(b) 求偉明在跑步過程中，他與 C 點之間的最短距離。



$$\tan \angle BAC = \frac{20}{10} \quad 1M \quad (5分)$$

$$\angle BAC = 63.4^\circ \quad (63.4349)$$

a) 羅盤方位角是 $N63.4^\circ W$ 1A

b) 設 M 是 AB 上的一點，使得 $CM \perp AB$. 1M
可圖中展示

$$\sin 63.4349^\circ = \frac{CM}{CA} \quad 1M$$

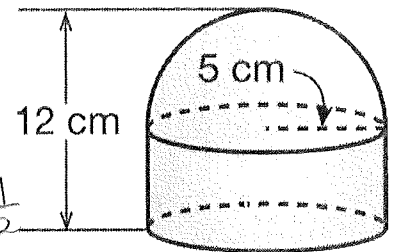
$$CM = 8.94$$

最短距離 8.94 m // 1A

12. 圖中所示的實心立體由一半球體及一同底的圓柱所組成。

(a) 求該立體圖形的體積，答案以 π 表示。

(b) 求該立體圖形的總表面面積，答案以 π 表示。(6分)



$$c) \text{ 體積} = \pi \cdot 5^2 (12-5) + \frac{4}{3} \pi \cdot 5^3 \times \frac{1}{2} \quad 1M \text{ for } \pi r^2 h$$

$$= \frac{175}{3} \pi \text{ cm}^3 \quad 1M \text{ for } \frac{4}{3} \pi r^3 \times \frac{1}{2}$$

1A

$$b) \text{ 總表面面積} = 4\pi \cdot 5^2 \times \frac{1}{2} + 2\pi \cdot 5(12-5) + \pi \cdot 5^2$$

$$= 145\pi \text{ cm}^2 \quad 1M \text{ for } 4\pi r^2 \times \frac{1}{2}$$

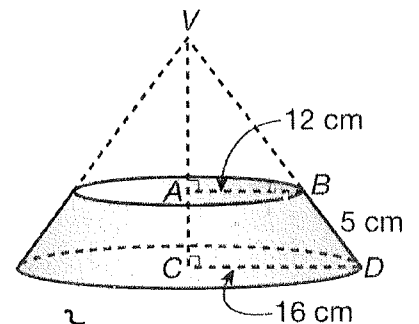
$$1M \text{ for } 2\pi r h$$

1A

13. 圖中所示為一直立實心圓錐的平截頭體。AB = 12 cm、CD = 16 cm 及 BD = 5 cm。

(a) 求 VB。

(b) 求平截頭體的總表面面積，答案以 π 表示。(5分)



$$a) \frac{VB}{VB+5} = \frac{12}{16} \quad 1M$$

$$16VB = 12VB + 60$$

$$VB = 15 \text{ cm.} \quad 1A$$

$$b) \text{ 總表面面積} = \pi(16)(20) - \pi(12)(15)$$

$$+ \pi(12)^2 + \pi(16)^2 \quad 1M \text{ for } \pi r l$$

$$= 540\pi \text{ cm}^2 \quad 1M \text{ for } \pi r^2$$

1A

14. 考慮 $A(3,2)$ 、 $B(1,-6)$ 和 $C(-3,-4)$ 三點。 B 繞原點 O 逆時針方向旋轉 90° 至 B' 。
 C' 為 C 對 x 軸的反射影像。
 (a) 寫出 B' 及 C' 的坐標。
 (b) A 、 B' 與 C' 是否共線？試解釋你的答案。(5分)

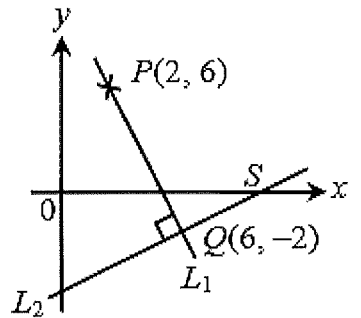
a) $B'(6,1)$ $C'(-3,4)$ 1A + 1A

b) $m_{AB'} = \frac{2-1}{3-6} = -\frac{1}{3}$ IM for slope
 $m_{AC'} = \frac{2-4}{3-(-3)} = -\frac{1}{3}$ 1A all correct

由於 $m_{AB'} = m_{AC'}$, A, B', C' 是共線。—— 1 (f.t.)

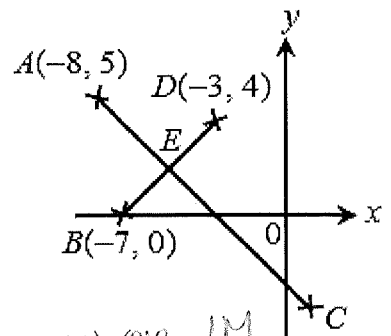
15. 圖中, L_1 是一條通過 $P(2,6)$ 和 $Q(6,-2)$ 的直線, 而 L_2 是一條通過 Q 且垂直於 L_1 的直線。
 L_2 與 x 軸相交於 S 。
 (a) 求 L_1 的斜率。
 (b) 求 S 的坐標。(5分)

a) $m_1 = \frac{6-(-2)}{2-6} = -2$ 1M
1A



b) 設 S 是 $(a, 0)$
 $\frac{0-(-2)}{a-6} \times (-2) = -1$ IM x 1A
 $\frac{2}{a-6} = \frac{1}{2}$
 $4 = a-6$ $a = 10$ 1A S 是 $(10, 0)$

16. 圖中, 給定 $A(-8,5)$ 、 $B(-7,0)$ 、 C 和 $D(-3,4)$ 四點。 E 是 BD 的中點, 而 AC 與 BD 相交於 E 。
 (a) 求 E 的坐標。
 (b) 若 $AE:EC = 1:2$, 求 C 的坐標。(5分)



a) $E = \left(\frac{(-7)+(-3)}{2}, \frac{0+4}{2} \right) = (-5, 2)$ 1M
1A

b) 設 C 是 (a, b)

$\frac{1 \times a + 2(-8)}{2+1} = -5$
 $a = 1$ 1A

$\frac{1 \times b + 2(5)}{2+1} = 2$
 $b = -4$ 1A

any one 1M

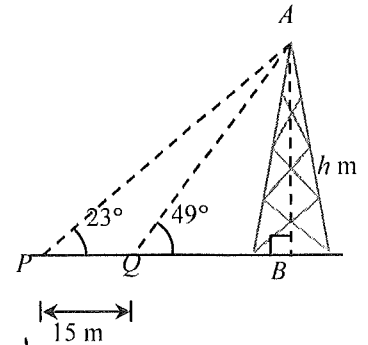
C 是 $(1, -4)$

乙部：(30分)

17. 圖中顯示一座電塔 AB 。 B 、 Q 和 P 位於同一水平直路上。由 P 和 Q 測得 A 的仰角分別是 23° 和 49° 。 P 與 Q 相距 15 m 。 設塔的高度為 $h\text{ m}$ 。

(a) 求 h 的值。 (4分)

(b) 求 A 與 P 的距離。 (2分)



$$\tan 23^\circ = \frac{h}{PB}$$

$$PB = \frac{h}{\tan 23^\circ}$$

$$\tan 49^\circ = \frac{h}{QB}$$

$$QB = \frac{h}{\tan 49^\circ}$$

$$PB - QB = 15$$

$$\frac{h}{\tan 23^\circ} - \frac{h}{\tan 49^\circ} = 15 \quad 1M$$

$$h \left(\frac{1}{\tan 23^\circ} - \frac{1}{\tan 49^\circ} \right) = 15 \quad 1M$$

$$h = 10.1 \quad 1A$$

10.0904

b) $\sin 23^\circ = \frac{h}{AP} \quad 1M$

$$AP = \frac{10.0904}{\sin 23^\circ}$$

$$= 25.8 \text{ m} \quad 1A$$

18. 某幸運抽獎有 1000 個號碼，其中 20 個對應於下表所示的獎品，其中 a 是一個正整數。

獎品	每份獎品的價值	獎品的份數
大獎	\$2000	1
中獎	\$ a	2
細獎	\$100	17

一名參加者在該抽獎中隨機抽出一個號碼。

(a) 證明他得到的獎品的價值的期望值是 $\$3.7 + \frac{a}{500}$ 。 (2分)

(b) 參加者需要付 \$5 才能在該抽獎中抽取一個號碼。若該抽獎對參加者有利，求 a 的最小值。

a) 期望值 $\$ \left(2000 \times \frac{1}{1000} + a \times \frac{2}{1000} + 100 \times \frac{17}{1000} \right) \quad 1M$

$$= \$ \left(2 + \frac{a}{500} + 1.7 \right)$$

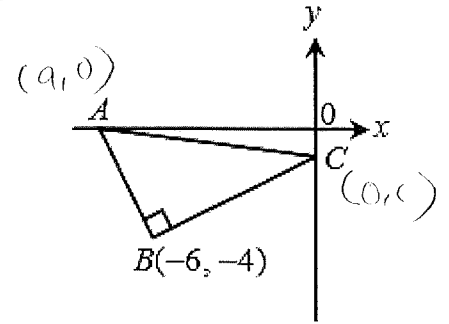
$$= \$ \left(3.7 + \frac{a}{500} \right) \quad 1$$

b) $3.7 + \frac{a}{500} > 5 \quad 1M$

$$a > 650$$

$$a = 651 \quad 1A$$

19. 圖中， $\triangle ABC$ 是一個直角三角形，其中 $\angle B$ 是直角。 B 的坐標是 $(-6, -4)$ 。 A 是 x 軸上的一點，而 C 是 y 軸上的一點。已知 AB 的斜率是 -2 。



- (a) 求 A 和 C 的坐標。 (3分)
 (b) 求 $\triangle ABC$ 的面積。 (3分)
 (c) 若 $ABCD$ 為一長方形，求 D 點的坐標。 (2分)

a) 設 $A = (a, 0)$ 及 $C = (0, c)$

$$\frac{0+4}{a+6} = -2$$

$$a+6 = -2$$

$$a = -8$$

1A

$$A(-8, 0)$$

$$\frac{c+4}{0+6} \cdot (-2) = -1 \quad 1M$$

$$c+4 = 3$$

$$c = -1$$

1A

$$C(0, -1)$$

b) $AB = \sqrt{(-8+6)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{20}$

$$BC = \sqrt{(-6-0)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{45}$$

any one 1M

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \sqrt{20} \cdot \sqrt{45}$$

1M

$$= 15 \text{ 平方單位}$$

1A

c) 設 D 是 (p, q)

$$AC \text{ 中點} = BD \text{ 中點}$$

$$\frac{-6+p}{2} = \frac{-8+0}{2}$$

$$\frac{-4+q}{2} = \frac{0+(-1)}{2}$$

$$p = -2$$

$$q = 3$$

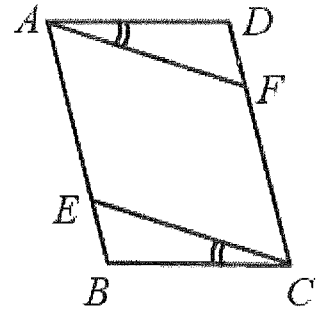
1M for mid-point

$$D \text{ 是 } (-2, 3)$$

1A for all correct

20. 圖中， $ABCD$ 是平行四邊形。 E 和 F 分別是 AB 和 DC 的點，使 $\angle DAF = \angle BCE$ 。

- (a) 證明 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 。(3分)
(b) 證明 $AECF$ 是平行四邊形。(3分)



a) $\angle DAF = \angle BCE$ (已知)
 $AD = CB$ (平行四邊形對邊)
 $\angle ADF = \angle CBE$ (平行四邊形對角)
 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ (AAS)

b) $AF = FC$ (全等 \triangle 對應邊)
 $DF = BE$ (全等 \triangle 對應邊)
 $DC = AB$ (平行四邊形對邊)

$\therefore FC = DC - DF$
 $AE = AB - BE$

$\therefore FC = AE$

$AECF$ 是平行四邊形 (對邊相等)

For each part

- a) Correct proof with all correct reasons 3
b) Correct proof with incomplete reasons 2
c) Any correct statement with reason 1

21. 一個倒置直立圓錐形的容器盛有水。將該容器鉛垂放置。該容器內水的深度為 5 cm。志達隨後將 $475\pi \text{ cm}^3$ 的水倒入該容器內，而水沒有溢出。現在該容器內水的深度 7.5 cm。

(a) 求該容器內水的最終體積。(3分)

(b) 志達聲稱該容器被浸濕的曲面的最終面積最少為 900 cm^2 。你是否同意？試解釋你的答案。(3分)

a) 設最終體積是 $V \text{ cm}^3$

$$\frac{V - 475\pi}{V} = \left(\frac{5}{7.5}\right)^3$$

$$\frac{V - 475\pi}{V} = \frac{8}{27}$$

$$27V - 12825\pi = 8V$$

$$V = 675\pi$$

最終體積是 $675\pi \text{ cm}^3$

IM for $\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 + 1A$

1A

b) 設水面半徑是 $r \text{ cm}$

$$\frac{1}{3}\pi r^2(7.5) = 675\pi$$

$$r^2 = 270$$

$$\text{曲面面積} = \pi\sqrt{270}\sqrt{270 + 7.5^2}$$

$$= 932.4 \text{ cm}^2$$

$$> 900$$

同意

part a
IM for $\frac{1}{3}\pi r^2 h = V$

IM for $\pi r l$
 $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

1 f.c.

丙部：挑戰題 (6分)

22. 三角形 $\triangle ABC$ 的頂點的坐標分別為 $A(-10,0)$ 、 $B(20,-20)$ 及 $C(20,30)$ 。 $D(h,k)$ 為一點，且 $DA = DB = DC$ 。
- (a) 考慮 DA 和 DB 的長度，證明 $-3h + 2k = -35$ 。
- (b) 求 D 的坐標。

(6分)

a)

$$DA = DB$$

$$\sqrt{(h+10)^2 + (k-0)^2} = \sqrt{(h-20)^2 + (k+20)^2} \quad \text{(distance) IM}$$

$$h^2 + 20h + 100 + k^2 = h^2 - 40h + 400 + k^2 + 40k + 400 \quad \text{IA (correct expansion)}$$

$$60h - 40k = 700$$

$$-20(-3h + 2k) = 700$$

$$-3h + 2k = -35$$

b)

$$DB = DC$$

$$\sqrt{(h-20)^2 + (k+20)^2} = \sqrt{(h-20)^2 + (k-30)^2} \quad \text{IM}$$

$$(k+20)^2 = (k-30)^2$$

$$k^2 + 40k + 400 = k^2 - 60k + 900$$

$$100k = 500$$

$$k = 5 \quad \text{IA}$$

或

$$k = \frac{-20 + 30}{2} = 5$$

$$-3h + 2(5) = -35$$

$$h = 15 \quad \text{IA}$$

或考慮

$DA = DC$, 得出 $h+k=20$

D 是 $(15, 5)$

- 試卷完 -